**Тамбовское государственное автономное профессиональное образовательное учреждение «Тамбовский бизнес-колледж»**

**Предметно-цикловая комиссия дисциплин информационных технологий**

Утверждаю:

Заместитель директора ТОГАПОУ

«Тамбовский бизнес-колледж»

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_С.Б. Ульянова

«30» августа 2017 г.

**Фонд оценочных средств**

текущего контроля и промежуточной аттестации по учебной дисциплине

**ОП.17.«Численные методы»**

среднее профессиональное образование

(программа подготовки специалистов среднего звена)

09.02.07«Информационные системы и программирование».

Тамбов 2017

***Лист согласования программы учебной дисциплины***

**ОП.17.«Численные методы»**

Программа учебной дисциплины «Численные методы» относится к Математическому и общему естественнонаучному циклу основной профессиональной образовательной программы в соответствии с ФГОС по специальности СПО 09.02.07 «Информационные системы и программирование» квалификация –разработчик веб и мультимедийных приложений.

Программа учебной дисциплины «Численные методы» может быть использована для изучения дисциплин специальности 09.02.07 «Информационные системы и программирование», изучаемых в учреждениях среднего профессионального образования при подготовке квалифицированных специалистов среднего звена.

**Организация разработчик:**

Тамбовское областное государственное автономное профессиональное образовательное учреждение «Тамбовский бизнес-колледж»

**Разработчики:**

Мельник Ю.Б.преподаватель ТОГАПОУ «Тамбовский бизнес-колледж»

Программа рассмотрена и рекомендована ПЦК информационных дисциплин ТОГАПОУ «Тамбовский бизнес – колледж» Протокол № 1 от «30» августа 2017 г.

СОГЛАСОВАНО:

Директор ТОГАПОУ

«Тамбовский бизнес-колледж»

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ Н.В.Астахова

30 августа 2017 г.

**Аннотация**

**программы фонда оценочных средств учебной дисциплины**

**Цели и задачи учебной дисциплины:**

Целью дисциплины является обучение студентов математическому мышлению и понимания значимости математики для научно-технического прогресса.

**Задачи дисциплины:**

* формирование представлений о математических понятиях как части мировой культуры и месте математики в современной цивилизации, способах описания явлений реального мира на математическом языке;
* формирование представлений о математических понятиях как важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления.

**Место дисциплины в структуре ООП**.

Данная дисциплина относится к Математическому и общему естественнонаучному циклу в структуре ООП среднего профессионального образования.

Основные дидактические единицы (темы):

Тема1.Элементы теории погрешностей.

Тема 2.Приближённые решения алгебраических и трансцендентных уравнений.

Тема 3.Решение систем линейных алгебраических уравнений.

Тема 4.Интерполирование и экстраполирование функций

Тема5.Численное интегрирование

Тема 6.Численное решение дифференциальных уравнений.

В результате изучения дисциплины обучающийся должен **уметь:**

Формулировать задачи математического характера и применять средства численных методов для их решения.

**знать:**

* основные принципы математики, теории алгоритмов;
* формулы математические алгоритмов;
* методы математических преобразований;

Изучение данной дисциплины направлено на достижение общеобразовательных, воспитательных и практических задач, на дальнейшее развитие личностных способностей и дальнейшего профессионального роста выпускника-будущего специалиста.

1. **Общие положения**

Программа учебной дисциплины является частью примерной основной профессиональной образовательной программы в соответствии с ФГОС по специальности СПО 09.02.07. «Информационные системы и программирование» квалификация –разработчик веб и мультимедийных приложений.

Программа учебной дисциплины «Численные методы» может быть использована для изучения в учреждениях среднего профессионального образования, при подготовке квалифицированных специалистов среднего звена.

2. Результаты освоения дисциплины, подлежащие проверке.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Код и название компетенций. | Раздел, тема | Компетентность, составные части ОК и ПК |
| ОК 1.Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности, применительно к различным контекстам | 1-6 | Уметь принимать решения в стандартных и нестандартных ситуациях и нести за них ответственность. |
| ОК 2. Осуществлять поиск, анализ и интерпретацию информации, необходимой для выполнения задач профессиональной деятельности | 1-6 | Уметь принимать решения в стандартных и нестандартных ситуациях и нести за них ответственность. |
| ОК4.Работать в коллективе и команде, эффективно взаимодействовать с коллегами, руководством, клиентами. | 1-6 | Уметь принимать решения в стандартных и нестандартных ситуациях и нести за них ответственность. |
| ОК 05. Осуществлять устную и письменную коммуникацию на государственном языке с учетом особенностей социального и культурного контекста. | 1-6 | Уметьосуществлять устную и письменную коммуникацию на государственном языке с учетом особенностей социального и культурного контекста. |
| ОК 09. Использовать информационные технологии в профессиональной деятельности. | 1-6 | Уметьиспользовать информационные технологии в профессиональной деятельности. |
| ОК 10. Пользоваться профессиональной документацией на государственном и иностранном языке. | 1-6 | Уметь. пользоваться профессиональной документацией на государственном и иностранном языке. |
| ПК 1.1. Формировать алгоритмы разработки программных модулей в соответствии с техническим заданием | 1-6 | Уметь формировать алгоритмы разработки программных модулей в соответствии с техническим заданием |
| ПК 1.2. Разрабатывать программные модули в соответствии с техническим заданием. | 1-6 | Уметь разрабатывать программные модули в соответствии с техническим заданием. |
| ПК 1.5. Осуществлять рефакторинг и оптимизацию программного кода. | 1-6 | Уметь осуществлять рефакторинг и оптимизацию программного кода. |
| ПК 3.4. Проводить сравнительный анализ программных продуктов и средств разработки, с целью выявления наилучшего решения согласно критериям, определенным техническим заданием. | 1-6 | Уметь проводить сравнительный анализ программных продуктов и средств разработки, с целью выявления наилучшего решения согласно критериям, определенным техническим заданием. |
| ПК 5.1. Собирать исходные данные для разработки проектной документации на информационную систему. | 1-6 | Уметь собирать исходные данные для разработки проектной документации на информационную систему. |
| ПК 9.2. Разрабатывать веб-приложение в соответствии с техническим заданием. | 1-6 | Уметь разрабатывать веб-приложение в соответствии с техническим заданием. |
| ПК 10.1. Обрабатывать статический и динамический информационный контент. | 1-6 | Уметьобрабатывать статический и динамический информационный контент. |
| ПК 11.1. Осуществлять сбор, обработку и анализ информации для проектирования баз данных. | 1-6 | Уметь осуществлять сбор, обработку и анализ информации для проектирования баз данных. |

**Содержание.**

**стр**

1. **Паспорт программы учебной дисциплины……………………………...7**
2. **Структура и примерное содержание учебной дисциплины……….…..8**
3. **Условия реализации примерной программы учебной дисциплины..15**
4. **Контроль и оценка результатов освоение учебной дисциплины…....16**

**1. Паспорт фонда оценочных средств**

**ОП.17.«Численные методы»**

**1.1. Область применения рабочей программы**

Комплект фонда оценочных средств, предназначен для проверки результатов освоения учебной дисциплины **ОП.17.«Численные методы»**

программы подготовки специалистов среднего звена по специальности СПО 09.02.07. «Информационные системы и программирование»

**1.2. Место дисциплины в структуре основной профессиональной образовательной программы**

Учебная дисциплина «Численные методы» относится к математическому и общему естественнонаучному циклу основной общеобразовательной программы.

**1.3. Цели и задачи дисциплины – требования к результатам освоения дисциплины:**

**Цель курса:** - формирование представлений о математике как универсальном языке науки.

**В результате освоения дисциплины обучающийся должен уметь:**

-выполнять преобразования и решать системы линейных уравнений;

-применять методы дифференциального и интегрального исчисления;

-решать дифференциальные уравнения.

**В результате освоения дисциплины обучающийся должен знать:**

-численных методов

-основные методы решения дифференциальных уравнений;

**3.2. Типовые задания для оценки учебной дисциплины**

**ОП.17 «Математические методы»**

Методы решения нелинейных уравнений.

**Цель занятия:** изучение методов решения нелинейных и трансцендентных уравнений.

***Методические указания***

Исходное нелинейное уравнение *f(x)=0,* где функция *f(x)* определена и непрерывна на некотором отрезке *x*∈[*а,b*], имеет, по меньшей мере, один изолированный корень ξ∈[*а,b*], если функция *f(x)* принимает на концах этого отрезка значения разных знаков, т.е. *f(a)·f(b)<0*.

Рассмотрим некоторые методы нахождения корня нелинейного уравнения.

***Метод хорд.***

Для нахождения очередного приближения корня, находящегося в интервале [*a,b*], этот интервал делят в отношении |*f(a)*|:*|f(b)*|. Геометрически метод хорд эквивалентен замене кривой *у=f(x)* хордой, проходящей через точки (*а, f(a)*) и(*b, f(b)*) Тогда приближенное значение корня определяется по формуле:

. (1)

Выбирается тот из интервалов [*a,x*] или [*х,b*], в котором функция меняет свой знак, и процесс уточнения корня повторяется.

Предположим, что вторая производная функции *f′′(x)* на интервале [*а,b*] сохраняет знак. При этом если выполняется условие *f′′(x)⋅f(a)>0*, то неподвижен конец *a*,и вычисления производятся по формуле:

,

. (2)

Если выполняется условие *f′′(x)⋅f(b)>0*, то неподвижен конец *b*,и вычисления производятся по формуле:

,

. (3)

Вычисления корня нужно прекратить в том случае, когда выполняется неравенство

, (4)

где , .

*Пример.* Пусть дано уравнение 2*х*+5*х*–2=0, ε =0,0001.

Сначала необходимо отделить корень, т.е. определить отрезок [*a,b*], в котором находится один и только один корень уравнения. Для этого строим график функции *f(x)=2х+5х–2.* По графику устанавливаем, что корень находится в отрезке [0;1]. Получаем *a*=0, *b*=1. Находим производную функции *f(x)*: *f′(x)=2х⋅ln2+5*. Функция *f′(x)* всюду положительная и монотонно возрастающая. Имеем: *m* = *f′(0)=*5,693; *M* = *f′(1)*=6,386.

Вторая производная функции *f(x)*: *f′′(x)=2х(⋅ln2)2.* Функция *f′′(x)* всюду положительная, *f(1)=*5, *f′′(x)⋅f(b)>0.* Следовательно, последовательные приближения корня будем находить по формуле (3).

Условие окончания итераций будет иметь вид

.

***Метод Ньютона*** *(метод касательных)*

Уточнение корня методом Ньютона производится по формуле

 (*n =* 0,1,…).

Предполагается, что корень уравнения находится в отрезке [*а,b*], в котором *f′(x)* и *f′′(x)* непрерывны и сохраняют определенные знаки. Если за начальное значение *х*0 выбрана такая точка отрезка [*а,b*], в которой  то методом Ньютона можно найти корень с любой степенью точности.

***Метод итерации.***

При данном методе исходное уравнение *f(x)=0* заменяется равносильным *х=*ϕ(*х*), а итерационный процесс уточнения корня описывается формулой

*xn+1=ϕ(хn) (n = 0,1,2,…).*

Необходимо выбрать такую функцию *ϕ(х)*, чтобы процесс итерации являлся сходящимся. Достаточные условия сходимости задаются теоремой.

*Теорема.* Пусть функция *ϕ(х)* определена и дифференцируема на отрезке [*а,b*], причем при *х*∈[*а,b*] *ϕ(х)*∈[*а,b*]. Тогда если существует такое число *q,* для которого *|ϕ′(х)*|≤*q*<1 при *х*∈[*а,b*], то

1)процесс итерации сходится независимо от начального значения *х*0∈[*а,b*]*;*

2)предельное значение *ξ*=lim *xn* при *n*→∞ является единственным корнем уравнения на отрезке [*a,b*].

Итерационный процесс прекращается, если выполняется условие

.

*Пример.* Пусть дано уравнение 2*х*+5*х*–2=0. Корень *ξ*∈[0,1].

*Решение.* Запишем уравнение в виде . В таком случае . Эта функция является монотонно убывающей. Имеем *ϕ(0)*=0,2; *ϕ(1)*=0. Значит *ϕ(х)*∈[0,1] при *х*∈[0,1]. Производная . Тогда max*|ϕ'(x)*| *= |ϕ'(1)*|≈0,277 при *x*∈[0,1].

Следовательно *q*≈0,277, условия теоремы о сходимости метода итераций выполняются. Последовательные приближенные значения корня будем вычислять по формуле  За начальное приближение *х*0 можно взять любое значение из отрезка [0,1], например *х*0=0,5.

***Порядок выполнения работы***

1. Изучить метод решения нелинейных уравнений, соответствующий Вашему варианту.

2. Разработать программу для решения данного нелинейного уравнения.

3. Решить нелинейное уравнение с точностью ε = 0,0001.

***Варианты заданий.***

1) 2 *cos x* -7*x* = 0 методом хорд, 9) *x* 2*x* + *x* – 3,1 = 0 методом итераций,

2) 10*x* – e-2*x* = 0 методом Ньютона, 10) e*x* + 2,4*x* – 3,7 = 0 методом хорд,

3) *x*2 lg *x* – 3,8 = 0 методом итераций, 11) e-*x* – 4,7*x* + 1,6 = 0 методом Ньютона,

4) *x*3 – 2*x*2 + 9*x* – 4 = 0 методом хорд, 12) *cos x* – 3,6*x* + 1,2 = 0 методом итераций,

5) *sin* 3*x* – 2,5*x* + 6,2 =0 методом Ньютона, 13) e*x* + 3*x* – 4,2 = 0 методом хорд,

6) e-*x* – 2,6*x* + 4,3 = 0 методом итераций, 14) *sin x* – 2,3*x* – 2,8 = 0 методом Ньютона,

7) e1,5*x* + 3*x* – 4,5 = 0 методом хорд, 15) *x* ln *x* – 3,2 = 0 методом итераций,

8) *x* ln *x* – 14 = 0 методом Ньютона, 16) ex – x2 – 3,4 = 0 методом хорд.

***Лабораторная работа №2***

Методы решения систем линейных уравнений

**Цель работы:** изучение прямых и итерационных методов решения систем линейных уравнений.

***Методические указания***

Системы из *n* линейных уравнений вида

**AX=B**,

где **А**– матрица коэффициентов, **B**– вектор свободных членов, **X**– вектор неизвестных, решаются прямыми и итерационными методами.

К прямым методам относится такие, как метод Гаусса и метод LU–факторизации, из итерационных методов рассмотрим метод простых..

*Метод Гаусса.*

Метод основан на приведении матрицы коэффициентов **A** к треугольному виду. Приведение матрицы коэффициентов к треугольному виду осуществляется в результате выполнения алгоритма прямого хода (метода исключения), общую формулу которого можно записать следующим образом



Для определения вектора неизвестных необходимо произвести обратный ход. Так как в результате прямого хода , то формула обратного хода для определения остальных членов вектора неизвестных имеет вид



*Метод LU– факторизации.*

Данный метод основан на разложении матрицы коэффициентов **A** на сомножители **A=LU**, где **L**– нижняя треугольная матрица, а **U**– верхняя треугольная матрица.

Сначала определяют вспомогательный вектор **Y =UX**. Его элементы находят из системы **LY=B** (прямой ход). Затем из системы **UX=Y** находят вектор **X** (обратный ход).

Для определения вектора **Y** используют формулу прямой подстановки



Вектор неизвестных **X** находят по формуле обратной подстановки



Формулы для определения элементов матриц **L** и **U**.

Поскольку , то они не рассчитываются, остальные элементы опрееляются по формулам:





***Метод простых итераций*.**

Cходимость метода гарантируется, если значения диагональных элементов матрицы **A** превосходят остальные. Метод простых итераций заключается в том, что при заданных начальных приближениях вычисляются последовательные приближения корней по формуле простых итераций

.

Вычисления производят до тех пор, пока , где (j)– номер итерации, ε – заданная погрешность вычислений.

***Порядок выполнения работы***

1. Изучить метод решения систем линейных уравнений, соответствующий Вашему варианту.

2. Разработать программы для решения системы линейных уравнений по методу, соответствующему Вашему варианту.

3. Решить заданную систему линейных уравнений с точностью ε=0,0001.

***Варианты заданий***

1) Метод простых итераций, k=1, 9) метод Гаусса, k=9,

2) метод LU– факторизации, k=2, 10) метод простых итераций, k=10,

3) метод Гаусса, k=3, 11) метод LU– факторизации, k=11,

4) метод простых итераций, k=4, 12) метод Гаусса, k=12,

5) метод LU– факторизации, k=5, 13) метод простых итераций, k=13,

6) метод Гаусса, k=6, 14) метод LU– факторизации, k=14,

7) метод простых итераций, k=7, 15 метод Гаусса,) k=15,

8) метод LU– факторизации, k=8, 16) метод простых итераций, k=16.

*Система уравнений:*



***Лабораторная работа № 3***

Методы интерполяции функций.

**Цель работы:** изучение основных методов интерполяции функций.

***Методические указания***

Интерполяция функции *y=f(x)*, заданной (n+1) узлами (*х*0, *y*0), (*х*1, *у*1), ...…, (*хn*, *yn*), заключается в нахождении значений y по значениям x, находящимся в промежутках между узлами xi. При интерполяции функция *f(x)* заменяется интерполяционным полиномом F(x), значения которого в узлах F(xi) точно совпадают с yi.  Значение n задает степень полинома F(x).

*Интерполяционный полином Лагранжа.*

Интерполяционный полином Лагранжа третьей степени имеет вид



Полином может испол3ьзоваться при интерполировании с произвольным расположением узлов интерполяции.

*Интерполяционный полином Ньютона для неравных промежутков.*

Используется также при неравноотстоящих узлах интерполяции.

Данная интерполяционная формула имеет вид

*N1(x) = y0+f(x0,x1)(x-x0)+f(x0,x1,x2)(x-x0)(x-x1)+f(x0,x1,x2,x3)(x-x0)(x-x1)(x-x2),*

где - разделенная разность первого порядка,

 - разделенная разность второго порядка,

 - разделенная разность третьего порядка.

*Интерполяционный полином Ньютона для равных промежутков.*

Если *xi=x*0*+ih* (*i* = 0, 1, ...…, *n*), т.е. узлы равноотстоящие, то можно использовать интерполяционную формулу Ньютона для равных промежутков, которая для n=3 записывается в следующем виде:

*,*

где ,

Δy0 = y1-y0 – конечная разность первого порядка,

Δ2y0 = Δy1-Δy0 – конечная разность второго порядка,

Δ3y0 = Δ2y1-Δ2y0 – конечная разность третьего порядка.

***Порядок выполнения работы***

1. Изучить метод интерполирования функций, соответствующий Вашему варианту.

2. Разработать программу интерполирования функции по данному методу.

3. Проверить работоспособность программы. При вводе узловых значений аргумента программа должна выдавать заданные узловые значения функции.

***Варианты заданий***

1) Использовать полином Лагранжа.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| xi | 2 | 3 | 4 | 5 |
| yi | 5,4 | 7,6 | 1,3 | 9,2 |

2) Использовать полином Ньютона для неравных промежутков.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| xi | 3 | 4 | 5 | 6 |
| yi | 4,4 | 2,9 | 3,1 | 2,2 |

3) Использовать полином Ньютона для равных промежутков.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| xi | 4 | 5 | 6 | 7 |
| yi | 2,3 | 8,0 | 9,8 | 3,1 |

4) Использовать полином Лагранжа.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| xi | 5 | 6 | 7 | 8 |
| yi | 5,6 | 1,4 | 4,5 | 2,8 |

5) Использовать полином Ньютона для неравных промежутков.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| xi | 1,1 | 1,2 | 1,3 | 1,4 |
| yi | 2,1 | 2,8 | 1,3 | 1,5 |

6) Использовать полином Ньютона для равных промежутков.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| xi | 1,0 | 1,2 | 1,4 | 1,6 |
| yi | 8 | 14 | 16 | 13 |

7) Использовать полином Лагранжа.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| xi | 0,2 | 0,3 | 0,4 | 0,5 |
| yi | 1,0 | 1,1 | 1,3 | 1,7 |

8) Использовать полином Ньютона для неравных промежутков.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| xi | 1 | 2 | 3 | 4 |
| yi | 1,3 | 1,8 | 1,7 | 1,3 |

9) Использовать полином Ньютона для равных промежутков.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| xi | 6 | 7 | 8 | 9 |
| yi | 31 | 28 | 30 | 33 |

10) Использовать полином Лагранжа.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| xi | 1,1 | 1,3 | 1,5 | 1,7 |
| yi | 4,5 | 4,3 | 3,9 | 4,0 |

11) Использовать полином Ньютона для неравных промежутков.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| xi | 0,1 | 0,2 | 0,3 | 0,4 |
| yi | 4,6 | 4,8 | 5,0 | 4,5 |

12) Использовать полином Ньютона для равных промежутков.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| xi | 0,1 | 0,3 | 0,5 | 0,7 |
| yi | 3,1 | 2,7 | 3,0 | 3,3 |

13) Использовать полином Лагранжа.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| xi | 11 | 12 | 13 | 14 |
| yi | 5,6 | 8,2 | 2,3 | 1,5 |

14) Использовать полином Ньютона для неравных промежутков.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| xi | 10 | 20 | 30 | 40 |
| yi | 16 | 12 | 14 | 115 |

15) Использовать полином Ньютона для равных промежутков.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| xi | 10 | 12 | 14 | 16 |
| yi | 4,5 | 3,1 | 2,8 | 3,7 |

16) Использовать полином Лагранжа.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| xi | 1,0 | 1,5 | 2,0 | 2,5 |
| yi | 1,5 | 4,5 | 2,7 | 2,1 |

***Лабораторная работа № 4***

Методы численного интегрирования.

**Цель работы:** изучение наиболее простых квадратурных формул: формулы прямоугольников, формулы трапеций, формулы Симпсона.

***Методические указания***

Численное интегрирование функции заключается в вычислении значения определенного интеграла на основании ряда значений подынтегральной функции.

Приближенное равенство

,

где *qi* – некоторые числа, *xi* – некоторые точки отрезка [*a,b*], называется квадратурной формулой.

На практике при приближенном вычислении определенно интеграла обычно делят заданный отрезок [*a,b*] на *n* равных частичных отрезков, на каждом частичном отрезке применяют какую-либо одну квадратурную формулу и суммируют полученные результаты. Построенная таким образом квадратурная формула на отрезке [*a,b*] называется обобщенной формулой.

*Обобщенная формула прямоугольников.*

При применении данной формулы длину частичных отрезков удобно принять за h,

 - шаг разбиения.

Обобщенная формула прямоугольников имеет вид

,

где - значение функции *f* в середине частичного отрезка [хi-1, xi].

*Обобщенная формула трапеций.*

Формула имеет вид

,

где *fi=f(a-ih)*.

*Обобщенная формула Симпсона.*

Формула имеет вид

,

где *n=2m*.

***Порядок выполнения работы***

1. Изучить квадратурную формулу, соответствующую Вашему варианту.

2. Разработать программу вычисления определенного интеграла по квадратурной формуле, соответствующей вашему варианту.

3. Вычислить определенный интеграл при n=2, 20, 100.

4. Сделать вывод о зависимости точности вычислений от количества частичных отрезков.

***Варианты заданий***

, использовать формулу Симпсона;

, использовать формулу трапеций;

, использовать формулу прямоугольников;

 использовать формулу Симпсона;

, использовать формулу трапеций;

, использовать формулу прямоугольников;

, использовать формулу Симпсона;

 использовать формулу трапеций;

 использовать формулу прямоугольников;

, использовать формулу Симпсона;

, использовать формулу трапеций;

 использовать формулу прямоугольников;

 использовать формулу Симпсона;

 использовать формулу трапеций;

 использовать формулу прямоугольников;

 использовать формулу Симпсона.

***Лабораторная работа № 5***

Метод золотого сечения.

**Цель работы:** определение минимума унимодальной функции одного переменного.

***Методические указания***

Функция *f*(*x*) называется унимодальной в интервале[*a,b*], если в этом интервале существует единственная точка *х*\*, в которой она принимает экстремальное значение. В дальнейшем будем считать, что *х*\* *—* точка минимума.

Строится последовательность вложенных интервалов [a, b],   
[a1, b1], [a2, b2],..., [an , bn],... таким образом, чтобы х\*∈[an ,bn] при любом n и (bn - an)→0 при n → ∞. Алгоритм построения этих интервалов cледующий. В интервале [a,b] выбираются две различные точки a < x1 < x2 < b и находятся значения f(x) в этих точках. Если f(x1)<f(x2), то за интервал [a1, b1] принимается [a, x2], а в противном случае [x1, b]. Затем процесс построения интервалов повторяется.

Золотым сечением отрезка называется такое деление отрезка на два, при котором отношение длины всего отрезка к длине большей части равно отношению длины большей части к длине меньшей части. Таких точек в отрезке две. Если в качестве точек *x*1 и *x*2 взять точки золотого сечения отрезка, то метод приближенного определения минимума функции будет называться методом золотого сечения.

Обозначим длину интервала [*a, b*] через *l*. Тогда будем считать, что *τl —* длина большей части отрезка при делении его по методу золотого сечения. Тогда для определения τ можно составить пропорцию:  Из этого соотношения следует, что τ2 + τ —  
— 1 = 0. Ре­шая квадратное уравнение и учитывая, что *τ* >0, найдем .

Легко проверить, что если точки *х*1 и *х*2 являются точками золотого сечения отрезка [*a,b*], то точка *х*1 является одной из точек золотого сечения отрезка [*a, x*2], а точка *х*2 — отрезка [*x*1*,b*]. Таким образом при втором и следующих шагах алгоритма зна­че­ние функции нужно будет вычислять только один раз.

Из приведенного алгоритма видно, что *b*1*- a*1*= τ*(*b - a*),...,*bn -   
- an = τn*(*b* - *a*).

После выполнения *n* итераций за приближенное значение принимается величина *x*прибл. = (*an + bn*)/2. Если значение *х*\*нужно найти с точностью *ε*, то условием прекращения итераций явля­ет­ся следующее неравенство:

*bn - an* ≤ 2*ε*.

При использовании данного метода сначала нужно определить интервал [*a,b*], в котором находится минимум функции. Это производится путем построения графика функции *y = f*(*x*). Если интервал [*a,b*]будет определен неверно, то программа в качестве приближенного значения минимума выдаст величину, находящуюся вблизи одной из границ интервала [*a,b*]. В этом случае нужно изменить значения *a* и *b* и снова решать задачу.

***Порядок выполнения работы.***

1. Изучить метод золотого сечения.
2. Разработать программу вычисления минимума функции по методу золотого сечения.
3. Найти минимум функции *f*(*x*) с точностью ε = 0,0001.

***Задание.***

*f*(*x*) *=* (*x* + 5 + 0,1*k*)2 *+* exp(-0,1*kx*),

где *k* — номер фамилии студента в журнале преподавателя.

**Лабораторная работа №6.**

**Метод простой итерации РЕШЕНИя систем Нелинейных**

**уравнений**

**7.1. Цель работы.** Получение практических навыков решения систем нелинейных уравнений методом простых итераций.

**7.2. Справочный материал.** Рассмотрим систему нелинейных уравнений, записанных в векторной форме:

**f**(**x**) = 0, (7.1)

Для того чтобы применить метод простых итераций, систему (7.1) следует привести (как и одно уравнение в работе №4) к виду:

**x** = **p**(**x**) . (7.2)

Сходимость метода простых итераций определяется условием, которое накладывается на значение нормы матрицы составленной из значений производных:

. (7.3)

**7.3. Пример.** Методом итераций вычислим значения корней системы уравнений, рассмотренной в предыдущей работе:

(7.4)

Преобразуем эту систему к итерационной форме (7.2). При этом

**x** = ; **p**(**x**) = ;

a(x,y) = ; b(x,y) = .

Начальное значение для итерационного процесса (7.2) возьмем из предыдущей работы:



Матрицу производных в (7.3) теперь представим в виде:



В качестве нормы матрицы возьмем ее определитель

,

и тогда условие сходимости (7.3) запишется следующим образом:

|q(x,y)| < 1.

Найденное начальное значение (удовлетворяет требованию условия сходимости:



Теперь можно строить итерационный процесс:



Построим график, иллюстрирующий динамику этого процесса:





Итак, получено решение:

x = 3.036243

y = 0.362742

7.3.1. Повторим решение системы (7.4) встроенными средствами пакета MathCad. Воспользуемся для этого функцией **find**, которая находит приближенное решение нелинейных (системы нелинейных) уравнений. Подготовка к решению начинается заданием начальных значений переменных, а использование **find** должно пред­воряться директивой **given**.Обратите внимание также на необходимость использования приближенного знака равенства в уравнениях (“жирное” равно):



Сравните решение с полученным ранее.

Несмотря на элегантность получения решения средствами MathCAD, следует помнить что функция **find**:

чувствительна к заданию начальных условий и далеко не всегда приводит к искомому результату;

отыскивает ближайшее к начальным условиям решение, которых вообще говоря может быть несколько;

хорошо работает только в относительно простых случаях.

**7.4. Задание. М**етодом простых итераций решить соответствующий вариант задания, представленного в 6.4. предыдущей работы.

**7.5. Вопросы для самопроверки.**

1. Каково условие сходимости итерационного процесса для системы уравнений?

2. Как средствами пакета MathCad решить систему уравнений?

**3. УСЛОВИЯ РЕАЛИЗАЦИИ ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ «ОП.10. ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ»**

3.1. Для реализации программы учебной дисциплины должны быть предусмотрены следующие специальные помещения:

Кабинет«Математические дисциплины»,оснащенный оборудованием и техническими средствами обучения:

- рабочее место преподавателя;

- посадочные места обучающихся (по количеству обучающихся);

Технические средства обучения:

- компьютер с лицензионным программным обеспечением;

**3.2. Информационное обеспечение реализации программы**

Для реализации программы библиотечный фонд образовательной организации должен иметь печатные и/или электронные образовательные и информационные ресурсы, рекомендуемых для использования в образовательном процессе

**3.2.1. Печатные издания**

1.Численные методы и программирование: Учебное пособие / В.Д. Колдаев; Под ред. Л.Г. Гагариной. - М.: ИД ФОРУМ: НИЦ Инфра-М, 2013. - 336 с…

**4. КОНТРОЛЬ И ОЦЕНКА РЕЗУЛЬТАТОВ ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ «ОП.10. ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ»**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| ***Результаты обучения*** | ***Критерии оценки*** | ***Формы и методы оценки*** |
| *Перечень знаний, осваиваемых в рамках дисциплины:*   * методы хранения чисел в памяти электронно-вычислительной машины (далее – ЭВМ) и действия над ними, оценку точности вычислений; * методы решения основных математических задач – интегрирования, дифференцирования, решения линейных и трансцендентных уравнений и систем уравнений с помощью ЭВМ. | «Отлично» - теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов, умения сформированы, все предусмотренные программой учебные задания выполнены, качество их выполнения оценено высоко.  «Хорошо» - теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов, некоторые умения сформированы недостаточно, все предусмотренные программой учебные задания выполнены, некоторые виды заданий выполнены с ошибками.  «Удовлетворительно» - теоретическое содержание курса освоено частично, но пробелы не носят существенного характера, необходимые умения работы с освоенным материалом в основном сформированы, большинство предусмотренных программой обучения учебных заданий выполнено, некоторые из выполненных заданий содержат ошибки.  «Неудовлетворительно» - теоретическое содержание курса не освоено, необходимые умения не сформированы, выполненные учебные задания содержат грубые ошибки. | Примеры форм и методов контроля и оценки  •Беседа по конспекту  •Беседа по конспекту  Наблюдение за выполнением практического задания. (деятельностью студента)  •Беседа по конспекту  Наблюдение за выполнением практического задания. (деятельностью студента) |
| *Перечень умений, осваиваемых в рамках дисциплины:*   * использовать основные численные методы решения математических задач; * выбирать оптимальный численный метод для решения поставленной задачи; * давать математические характеристики точности исходной информации и оценивать точность полученного численного решения; * разрабатывать алгоритмы и программы для решения вычислительных задач, учитывая необходимую точность получаемого результата. |